

تدوین مدل دینامیکی تراکتور به همراه ادوات متصل به آن

مجتبی نصرتی^{۱*}، داریوش زارع^۲، پیمان خرم شکوه^۳

۱. دانشجوی دکتری مهندسی بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

۳. دانشجوی دکتری مهندسی بیوسیستم، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۰/۱۹ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۴/۲/۱)

چکیده

در این مقاله یک مدل دینامیکی سه چرخ برای کنترل یک تراکتور متصل به ادوات کشاورزی ارائه شده است. برای بررسی نحوه تأثیر نیروهای مقاوم کششی و نیروهای جانبی وارد بر تراکتور، با تعریف ضریب فنریت، رفتار ادوات شبیه به رفتار یک چرخ مدلسازی شد. با فرض یکسان بودن زاویه لغزش جانبی، زاویه فرمان، و نیروی کششی چرخ‌های سمت راست و چپ تراکتور و انتقال گشتاور ناشی از نیروی کشش مقاوم ادوات به مرکز جرمی آن، مدل مرسوم شش چرخ به مدل سه چرخ ساده‌سازی شد. با شبیه‌سازی این مدل در متلب، نتایج به دست آمده تأثیر نیروهای جانبی و نیروی مقاوم کششی ادوات کشاورزی روی زاویه لغزش جانبی و نرخ زاویه دماغه تراکتور را نشان می‌دهد. قابلیت کنترل مدل دینامیکی نیز بررسی شد که نتایج به دست آمده در این مدل حالت‌های متفاوت در زمان‌های محدود را نشان می‌دهد.

کلیدواژه‌گان: زاویه لغزش جانبی، مدل دینامیکی تراکتور، نرخ زاویه دماغه، نیروی جانبی، نیروی مقاوم کششی.

مقدمه

کنترل خودروهای خارج از جاده مانند تراکتور که بایستی در گستره‌ای از شرایط پیش‌بینی‌نشده‌ی مانند تغییرات شرایط خاک، تغییرات نوع ادوات متصل به تراکتور، و یا ناهمواری‌های مسیر عبور فعالیت کنند، از موضوعات مورد علاقه محققان فعال در بخش کشاورزی دقیق است (Noh & Ebrach, 1993). در سال‌های اخیر به دلیل دید ناکافی و خستگی راننده، همپوشانی عملیات کشاورزی، و نیاز روزافزون به محصولات کشاورزی، کنترل اتوماتیک تراکتورهای کشاورزی به شدت مورد توجه محققان واقع شده است (Derrick, Bevly, & Rekow, 2008).

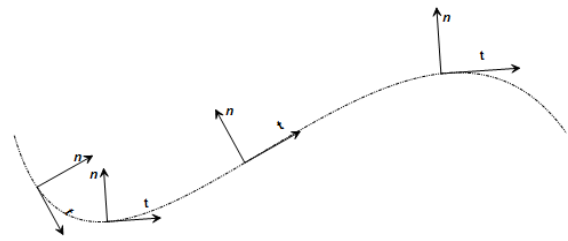
یک مدل دینامیکی دقیق از یک تراکتور، به طور طبیعی می‌تواند باعث ایجاد سیستم کنترلی دقیقی برای تراکتور شود (Pearson & Bevly, 2007). تفاوت اصلی تراکتور به نسبت خودروهای جاده‌ای که بایستی در استخراج مدل دینامیکی مورد توجه واقع شود، ادواتی است که به صورت سوار، نیمه‌سوار، و یا کششی به تراکتور متصل هستند (Takai, Yang, & Noguchi, 2014). این گونه ادوات به طور مشخص دو نیروی مقاوم کششی و نیروی جانبی را بر تراکتور وارد می‌کنند، که این دو نیرو عامل اصلی تفاوت مدل دینامیکی خودروهای جاده‌ای و تراکتور شده

است (Mousazadeh, 2013). در توسعه مدل دینامیکی تراکتور، که نیروهای مقاوم کششی و نیروهای جانبی ادوات بر تراکتور تأثیرگذارند، تحقیقات متفاوتی صورت گرفته است. در بررسی تأثیر نیروی جانبی ادوات روی نرخ زاویه دماغه (Yaw) با تعریف ضریب فنریت، می‌توان ادوات را شبیه به چرخ در نظر گرفت به طوری که به جای استفاده از مدل دینامیکی سنتی دو چرخ می‌توان از مدل دینامیکی سه چرخ برای تراکتور و ادوات استفاده کرد (Pearson & Bevly, 2007). تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که نیروی جانبی وارد بر ادوات با زاویه لغزش جانبی آنها رابطه معناداری دارد، این در حالی است که در مدل‌های استفاده شده از تأثیر نیروی کشش مقاوم صرف نظر شده است (Derrick et al., 2008; Pearson & Bevly, 2007). برای بررسی تأثیر نیروی کشش مقاوم، می‌توان این نیرو را متناسب با مجذور سرعت حرکت تراکتور در نظر گرفت (Godwin & O'Dogherty, 2007).

مدل دینامیکی به کار رفته در این تحقیق مشابه مدل دینامیکی سه چرخ استفاده شده توسط پیرسون (2007) است، با این تفاوت که علاوه بر بررسی تأثیر نیروی کششی مقاوم بر نرخ زاویه دماغه (Yaw)، روش استخراج معادلات نیز متفاوت است. همچنین در این تحقیق، کنترل پذیری مدل ارائه شده در فضای حالت نیز بررسی شده است.

مواد و روش‌ها

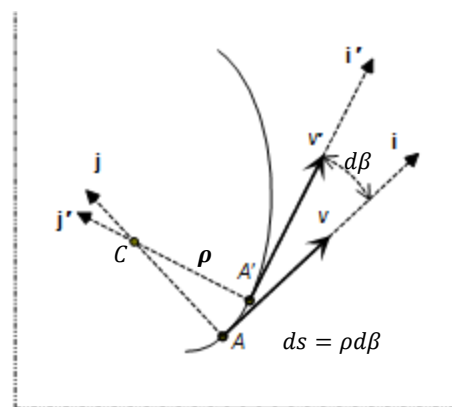
برای تشریح نحوه حرکت تراکتور در سطح مزرعه از مختصات استفاده شد که روی تراکتور ثابت است، به گونه‌ای که یکی از محورها در راستای طولی تراکتور (t) و دیگری در راستای جانبی تراکتور و عمود بر راستای طولی (n) است (شکل ۱). این مختصات توصیفی طبیعی از حرکت منحنی‌الخط را ارائه داده است و غالباً مناسب‌ترین دستگاه مختصاتی است که استفاده می‌شود.



شکل ۱. حرکت منحنی‌الخط تراکتور به همراه متغیرهای مسیر

برای تشریح سرعت و شتاب در مختصات n و t ، بردار یکه i در امتداد t و بردار یکه j را در امتداد n برای موقعیت تراکتور در نقطه A از مسیرش تعریف می‌کنیم. در طول نمو دیفرانسیلی زمان dt ، تراکتور فاصله دیفرانسیلی ds را در امتداد منحنی از A به A' طی می‌کند به طوری که اندازه سرعت برابر است با: $v = \frac{ds}{dt} = \rho \frac{d\beta}{dt}$ (شکل ۲). برای سرعت به صورت برداری می‌توان نوشت:

$$V = v i = \rho \beta i \quad (\text{رابطه ۱})$$



شکل ۲. موقعیت تراکتور A در طول نمو دیفرانسیلی زمان dt

همچنین شتاب تراکتور A از رابطه $a = \frac{dV}{dt}$ به دست

می‌آید و با توجه به فرمول ۱ خواهیم داشت:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dv}{dt} i + v \frac{di}{dt} \quad (\text{رابطه ۲})$$

که در آن:

$$\frac{di}{dt} = \frac{d\beta}{dt} j \quad (\text{رابطه ۳})$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$a = \frac{dV}{dt} = v i + v \beta j \quad (\text{رابطه ۴})$$

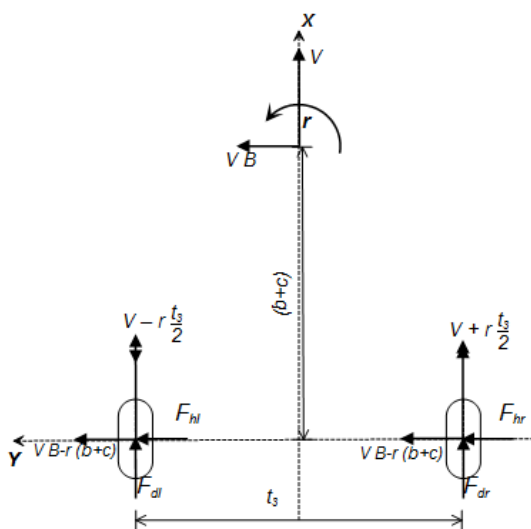
همچنین در این تحقیق در بررسی عملکرد ادوات در سطح مزرعه رفتار آنها شبیه به رفتار یک چرخ مدل‌سازی شد (Pearson & Bevly, 2007) به طوری که نیروی جانبی وارد بر آن با زاویه لغزش جانبی توسط فرمول ۵ مرتبط هستند.

$$F_d = -K_h \beta_h \quad (\text{رابطه ۵})$$

همچنین نیروی کشش مقاومی که از طرف ادوات به تراکتور وارد می‌شود نیز براساس فرمول ۶ با مجذور سرعت مرتبط در نظر گرفته شد (Godwin & O'Dogherty, 2007).

$$F_{draft} = C_h V_x^2 \quad (\text{رابطه ۶})$$

شکل ۳ دیاگرام آزاد ادوات به همراه نیروهای جانبی و نیروی مقاوم شکست وارد بر آن و جدول ۱ متغیرهای استفاده شده در شکل ۳ را نشان می‌دهد.



شکل ۳. دیاگرام آزاد ادوات

با توجه به فرمول ۶ نیروهای کشش مقاوم مربوط به چرخ‌های سمت چپ و راست ادوات برابر است با:

$$F_{dl} = C_h (V - r \frac{t_3}{2})^2 \quad (\text{رابطه ۷})$$

$$F_{dr} = C_h (V + r \frac{t_3}{2})^2 \quad (\text{رابطه ۸})$$

برای تعیین تأثیر نیروهای مقاوم کشش بر تراکتور، گشتاور حاصل از تأثیر این نیروها نسبت به مرکز جرمی تراکتور نیز به دست آمد.

$$\beta_3 = \frac{V\beta - ra}{V - r\frac{t_2}{2}} - D \approx \beta - \frac{ra}{V} \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

$$\beta_4 = \frac{V\beta - ra}{V + r\frac{t_2}{2}} - D \approx \beta - \frac{ra}{V} \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

$$\beta_5 = \frac{V\beta - r(b+c)}{V - r\frac{t_3}{2}} \approx \beta - \frac{r(b+c)}{V} \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

$$\beta_6 = \frac{V\beta - r(b+c)}{V + r\frac{t_3}{2}} \approx \beta - \frac{r(b+c)}{V} \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

در این معادلات با توجه به اینکه

$$\left| r\frac{t_1}{2V} \right|, \left| r\frac{t_2}{2V} \right|, \left| r\frac{t_3}{2V} \right| \ll 1 \quad (\text{رابطه ۱۹})$$

از آنها صرف نظر شد به طوری که می توان نتیجه گرفت زوایای لغزش جانبی چرخ های سمت راست و چرخ های سمت چپ با یکدیگر برابرند. بنابراین:

$$\beta_f = \beta_1 = \beta_2 \quad (\text{رابطه ۲۰})$$

$$\beta_r = \beta_3 = \beta_4$$

$$\beta_h = \beta_5 = \beta_6$$

که در آن:

β_f : زاویه لغزش جانبی چرخ های جلو

β_r : زاویه لغزش جانبی چرخ های عقب

β_h : زاویه لغزش جانبی ادوات

تأثیر نیروهای کششی مقاوم و جانبی ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی

از آنجا که زوایای لغزش جانبی چرخ های سمت راست و چپ با یکدیگر برابرند، زاویه فرمان چرخ های جلو نیز با یکدیگر تفاوت چندانی ندارند و نیروهای کشش هر دو سمت تراکتور تقریباً یکی هستند به طوری که:

$$F_f = F_1 + F_2$$

$$F_r = F_3 + F_4 \quad (\text{رابطه ۲۱})$$

$$F_h = F_5 + F_6$$

$$2F_{traction} = F_7 + F_8$$

بنابراین با توجه به فرمول ۲۱ به جز چرخ های مربوط به ادوات، چرخ های سمت چپ و راست تراکتور بر روی خط مرکزی گذرنده از محور x مانند شکل ۵ در نظر گرفته شد.

عامل اصلی تفاوت چرخ های ادوات تفاوت نیروی کشش مقاوم تأثیرگذار بر آنهاست که با توجه به فرمول ۹ شایان چشم پوشی نیست.

از فرمول ۱۰ داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_1 \sin D + F_2 \sin D + F_9 + F_{10} = F_7 + F_8$$

(رابطه ۹)

$$\begin{aligned} \sum M_{CG} &= F_{dr} \times \frac{t_3}{2} - F_{dl} \times \frac{t_3}{2} \\ &= C_h(V + r\frac{t_3}{2})^2 \times \frac{t_3}{2} - C_h(V - r\frac{t_3}{2})^2 \times \frac{t_3}{2} = 4C_h\left(\frac{t_3}{2}\right)^2 Vr \end{aligned}$$

معادلات حرکت تراکتور در مختصات n-t

با توجه به اینکه خودروهایی خارج از جاده سرعت یکنواختی دارند، سرعت مماس بر مسیر حرکت یکنواخت در نظر گرفته شد. معادلات ۱۰-۱۲، معادلات دینامیک حرکت تراکتور را با توجه به شکل ۴ ارائه می کنند.

(رابطه ۱۰)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \Rightarrow F_1 \sin D + F_2 \sin D + F_9 + F_{10} &= F_7 + F_8 \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= mV(r + \dot{B}) \Rightarrow \\ F_1 \cos D + F_2 \cos D + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 & \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

$$\begin{aligned} \sum M_{CG} &= I_z \dot{r} \\ \Rightarrow F_1 \cos D \times a + F_1 \sin D \times \frac{t_1}{2} + F_2 \cos D \times a \\ &- F_2 \sin D \times \frac{t_1}{2} - F_3 \times b - F_4 \times b - F_5 \times (b+c) \\ &- F_6 \times (b+c) - F_7 \times \frac{t_2}{2} + F_8 \times \frac{t_2}{2} + F_9 \times \frac{t_3}{2} - F_{10} \times \frac{t_3}{2} \end{aligned}$$

در چرخ های استاندارد نیروهای جانبی و زاویه لغزش جانبی به یکدیگر مرتبط اند. زاویه لغزش جانبی را زاویه بین سرعت طولی و سرعت عرضی چرخ تعریف می کنند. در مدل دینامیکی مطرح شده تراکتور دارای سرعت طولی در جهت محور x به مقدار V و سرعت عرضی در جهت محور y به مقدار $V\beta$ است، همچنین سرعت زاویه ای r در مرکز جرمی تراکتور وارد می شود. بنابراین هر چرخ علاوه بر اجزای سرعت مرکز جرمی تراکتور (V در جهت x و $V\beta$ در جهت y) دارای اجزای سرعت ناشی از سرعت زاویه ای واقع در مرکز جرمی تراکتور نیز است. اجزای سرعت در جهت x و جهت y مربوط به هر چرخ در شکل ۴ نشان داده شده است.

با توجه به توضیحات داده شده زاویه لغزش جانبی هر چرخ توسط معادلات ۱۹-۱۳ محاسبه شد.

$$\beta_1 = \frac{V\beta + ra}{V - r\frac{t_1}{2}} - D \approx \beta + \frac{ra}{V} - D \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

$$\beta_2 = \frac{V\beta + ra}{V + r\frac{t_1}{2}} - D \approx \beta + \frac{ra}{V} - D \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

ادامه جدول ۱. پارامترهای استفاده شده در مدل دینامیکی

توصیف	پارامتر
نیروی جانبی وارد بر چرخ عقب سمت راست	F_4
نیروی جانبی سمت چپ وارد بر ادوات	$F_5 = F_{hl}$
نیروی جانبی سمت راست وارد بر ادوات	$F_6 = F_{hr}$
نیروی کشش وارد بر چرخ عقب سمت چپ	F_7
نیروی کشش وارد بر چرخ عقب سمت راست	F_8
نیروی مقاومت سمت راست ادوات	$F_9 = F_{dl}$
نیروی مقاومت سمت چپ ادوات	$F_{10} = F_{dr}$
زاویه فرمان	D
نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) یا سرعت زاویه‌ای	r
زاویه لغزش جانبی تراکتور	B
ممان اینرسی جرمی تراکتور و ادوات	I_{zz}
زاویه لغزش جانبی چرخ جلو سمت چپ	β_1
زاویه لغزش جانبی چرخ جلو سمت راست	β_2
زاویه لغزش جانبی چرخ عقب سمت چپ	β_3
زاویه لغزش جانبی چرخ عقب سمت راست	β_4
زاویه لغزش جانبی سمت چپ ادوات	β_5
زاویه لغزش جانبی سمت راست ادوات	β_6
سرعت حرکت تراکتور	V
فاصله بین چرخ‌های جلو	t_1
فاصله بین چرخ‌های عقب	t_2
فاصله بین مراکز عکس‌العمل نیرو بر روی ادوات	t_3
فاصله بین مرکز جرمی تراکتور تا مرکز چرخ‌های جلو	a
فاصله بین مرکز جرمی تراکتور تا مرکز چرخ‌های عقب	b
فاصله بین مرکز چرخ‌های عقب تا مرکز ادوات	c

با فرض $|D| \ll 1$ و استفاده از نتایج فرمول ۲۱ می‌توان

نتیجه گرفت:

$$C_h(V - r\frac{t_3}{2})^2 + C_h(V + r\frac{t_3}{2})^2 = 2F_{traction}$$

(رابطه ۲۲)

$$\Rightarrow F_{traction} = C_h \left\{ V^2 + \left(r\frac{t_3}{2} \right)^2 \right\}$$

نیروی کشش به دست آمده در فرمول ۲۲ بخشی از نیروی کشش مقاوم است که در مرکز جرمی تراکتور ایجاد گشتاور می‌کند:

$$F'_{dl} = F_{dl} - F_{traction} = -C_h r V t_3$$

$$F'_{dr} = F_{dr} - F_{traction} = C_h r V t_3$$

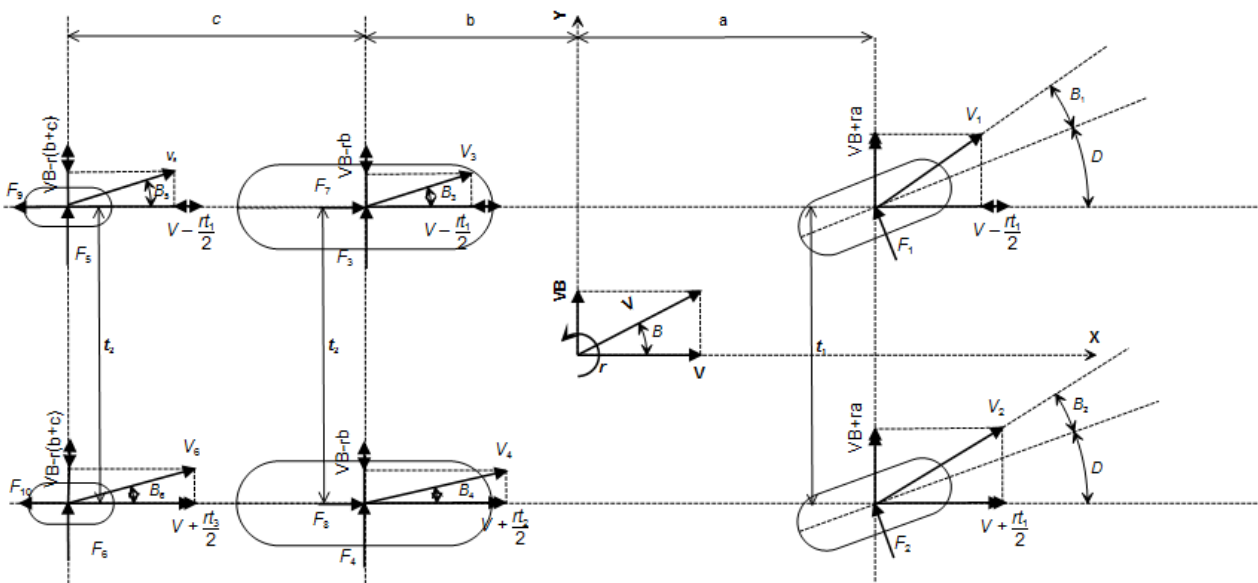
(رابطه ۲۳)

$$M_{CG} = -C_h r V t_3 \frac{t_3}{2} - C_h r V t_3 \frac{t_3}{2} = -C_h r V t_3^2$$

گشتاور به دست آمده دقیقاً بر خلاف جهت دورزدن بر تراکتور وارد می‌شود. بنابراین با انتقال این گشتاور به مرکز ادوات مدل شش چرخ سنتی به یک مدل سه چرخ مانند شکل ۵ توسعه یافت. در این مدل تأثیر هر دو نیروی جانبی و نیروی مقاوم کشش وارد بر ادوات در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: پارامترهای استفاده شده در مدل دینامیکی

توصیف	پارامتر
نیروی جانبی وارد بر چرخ جلو سمت چپ	F_1
نیروی جانبی وارد بر چرخ جلو سمت راست	F_2
نیروی جانبی وارد بر چرخ عقب سمت چپ	F_3



شکل ۴. شکل عمومی یک تراکتور تک دیفرانسیل به همراه ادوات متصل به آن

مدل دینامیکی سه چرخ

برای مدل نشان داده شده در شکل ۵ معادلات دینامیکی آن برابر است با:

$$\sum F_y = mV(r + \dot{\beta}) \Rightarrow \quad (رابطه ۲۴)$$

$$mV(r + \dot{\beta}) = F_f \cos D + F_r + F_h \quad (رابطه ۲۵)$$

$$\sum M_{CG} = I_{zz} \dot{r} \Rightarrow$$

$$I_{zz} \dot{r} = F_f \cos D \times a - F_r \times b - F_h \times (b+c) - C_h r V t_3^2$$

با تعریف ضریب فنریت در گردش (Cornering Stiffness)

با توجه به فرمول ۵، روابط بین نیروی جانبی و زاویه لغزش جانبی برای هر قسمت نوشته شد (معادله ۲۶). در مختصات $x-y$ نشان داده شده در شکل ۵ جهت خلاف عقربه‌های ساعت، به‌عنوان جهت مثبت برای زاویه‌های لغزش جانبی در نظر گرفته شده است. زمانی که زوایای لغزش جانبی در جهت مثبت هستند نیروهای جانبی وارد بر چرخ در جهت منفی y اثر می‌کنند.

$$F_f = -K_f \beta_f = -K_f \left(\beta + \frac{ra}{V} - D \right)$$

$$F_r = -K_r \beta_r = -K_r \left(\beta - \frac{rb}{V} \right) \quad (رابطه ۲۶)$$

$$F_h = -K_h \beta_h = -K_h \left(\beta - \frac{r(b+c)}{V} \right)$$

که در آن:

K_f : ضریب فنریت چرخ جلو

K_r : ضریب فنریت چرخ عقب

K_h : ضریب فنریت معادل ادوات

با جای‌گذاری معادلات ۲۶ در معادله‌های ۲۴ و ۲۵ چنین

نتیجه می‌گیریم:

$$mV(r + \dot{\beta}) = \left[-K_f \left(\beta + \frac{ra}{V} - D \right) \right] \cos D \quad (رابطه ۲۷)$$

$$+ \left[-K_r \left(\beta - \frac{rb}{V} \right) \right] + \left[-K_h \left(\beta - \frac{r(b+c)}{V} \right) \right]$$

$$I_{zz} \dot{r} = \left[-K_f \left(\beta + \frac{ra}{V} - D \right) \right] \cos D \times a$$

$$- \left[-K_r \left(\beta - \frac{rb}{V} \right) \right] \times b \quad (رابطه ۲۸)$$

$$- \left[-K_h \left(\beta - \frac{r(b+c)}{V} \right) \right] \times (b+c) - C_h r V t_3^2$$

بررسی کنترل‌پذیری مدل استخراج شده

استخراج معادلات تابع تبدیل

به‌منظور استخراج معادلات تابع تبدیل معادلات ۲۷ و ۲۸ با فرض کوچک‌بودن زاویه فرمان D خطی‌سازی و مرتب شد به‌طوری‌که:

$$\cos D \approx 1 \quad (رابطه ۲۹)$$

$$\begin{aligned} & [mV] \dot{\beta} + [K_f + K_r + K_h] \beta \\ & + \left[mV + K_f \frac{a}{V} - K_r \frac{b}{V} - K_h \frac{(b+c)}{V} \right] r \quad (رابطه ۳۰) \\ & = K_f D \end{aligned}$$

(رابطه ۳۱)

$$[I_{zz}] \dot{r} + \left[K_f \frac{a^2}{V} + K_r \frac{b^2}{V} + K_h \frac{(b+c)^2}{V} + C_h V t_3^2 \right] r$$

$$+ [K_f a - K_r b - K_h (b+c)] \beta = K_f a \times D$$

سپس به‌منظور انتقال معادلات ۳۰ و ۳۱ به فضای حالت ابتدا متغیرهای حالت انتخاب (معادلات ۳۲) و در معادلات ۳۰ و ۳۱ جای‌گذاری شدند (معادلات ۳۳ و ۳۴).

$$x_1 = \beta \Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{\beta}$$

$$x_2 = r \Rightarrow \dot{x}_2 = \dot{r} \quad (رابطه ۳۲)$$

$$U_1 = D$$

(رابطه ۳۳)

$$\begin{aligned} & [mV] \dot{x}_1 + [K_f + K_r + K_h] x_1 \\ & + \left[mV + K_f \frac{a}{V} - K_r \frac{b}{V} - K_h \frac{(b+c)}{V} \right] x_2 = K_f U_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \dot{x}_1 = \left[-\frac{K_f + K_r + K_h}{mV} \right] x_1$$

$$+ \left[-\frac{mV + K_f \frac{a}{V} - K_r \frac{b}{V} - K_h \frac{(b+c)}{V}}{mV} \right] x_2 + \frac{K_f}{mV} U_1$$

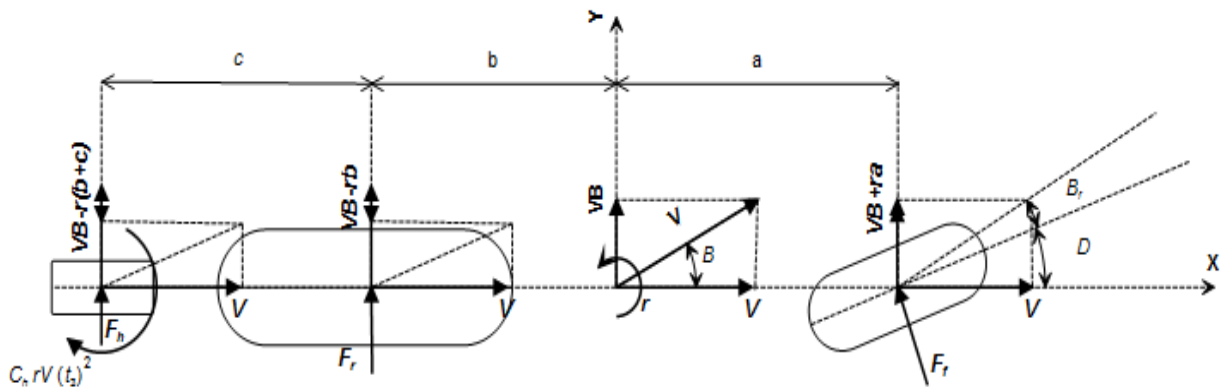
(رابطه ۳۴)

$$[I_{zz}] \dot{x}_2 + \left[K_f \frac{a^2}{V} + K_r \frac{b^2}{V} + K_h \frac{(b+c)^2}{V} + C_h V t_3^2 \right] x_2$$

$$+ [K_f a - K_r b - K_h (b+c)] x_1 = K_f a \times U_1$$

$$\dot{x}_2 = \left[-\frac{K_f \frac{a^2}{V} + K_r \frac{b^2}{V} + K_h \frac{(b+c)^2}{V} + C_h V t_3^2}{I_{zz}} \right] x_2$$

$$+ \left[-\frac{K_f a - K_r b - K_h (b+c)}{I_{zz}} \right] x_1 + \frac{K_f a}{I_{zz}} \times U_1$$



شکل ۵. مدل دینامیکی سه چرخ تراکتور تحت تأثیر نیروی جانبی و گشتاور حاصل از نیروی کشش مقاوم ادوات

(رابطه ۳۹)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s-C_1 & -C_2 \\ -C_3 & s-C_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(s-C_1)(s-C_4)-C_3C_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s-C_4 & C_2 \\ C_3 & s-C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{C_5s+[C_6C_2-C_5C_4]}{s^2-[C_4+C_1]s+[C_4C_4-C_3C_2]} \\ \frac{C_6s+[C_5C_3-C_6C_1]}{s^2-[C_4+C_1]s+[C_4C_4-C_3C_2]} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بررسی کنترل پذیری

از آنجا که هدف از استخراج مدل دینامیکی تراکتور کنترل آن در سطح مزرعه است، قابلیت کنترل مدل دینامیکی بررسی شد. یک سیستم در زمان t_0 کنترل پذیر است، اگر بتوان سیستم را از حالت اولیه $x(t_0)$ به هر حالت دیگر در زمانهای محدود انتقال داد. کالمن برای بررسی کنترل پذیری در فضای حالت روشی را ارائه کرد که در آن اگر درترمینان ماتریس (۴۰) مخالف صفر باشد، مدل استخراج شده کنترل پذیر است (Ogata).

$$[B:AB] \quad (\text{رابطه ۴۰})$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} \quad (\text{رابطه ۴۱})$$

با جای گذاری ۴۱ در ۴۰ داریم:

(رابطه ۴۲)

$$\begin{bmatrix} C_5 & C_1C_5+C_2C_6 \\ C_6 & C_3C_5+C_4C_6 \end{bmatrix} = C_3C_5^2 + C_4C_5C_6 - C_1C_5C_6 - C_2C_6^2$$

نتایج و بحث

برای ارزیابی مدل دینامیکی استخراج شده و تعیین نحوه اثر نیروهای وارد بر تراکتور بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی، مدل دینامیکی در برنامه متلب شبیه سازی شد (شکل ۶).

با توجه به معادلات ۳۳ و ۳۴ برای معادله فضای حالت

می توان نوشت (معادله ۳۵).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} U_1 \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۳۵})$$

که در آن:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{K_f + K_r + K_h}{mV} \\ C_2 &= -\frac{mV + K_f \frac{a}{V} - K_r \frac{b}{V} - K_h \frac{(b+c)}{V}}{mV} \\ C_3 &= -\frac{K_f a - K_r b - K_h (b+c)}{I_{zz}} \\ C_4 &= -\frac{K_f \frac{a^2}{V} + K_r \frac{b^2}{V} + K_h \frac{(b+c)^2}{V} + C_h V t_3^2}{I_{zz}} \\ C_5 &= \frac{K_f}{mV}, C_6 = \frac{K_f a}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۳۶})$$

از آنجا که معادله فضای حالت دارای یک ورودی و دو

خروجی است، دو تابع تبدیل $G_1 = \frac{\beta(S)}{D(S)}$ و $G_2 = \frac{r(S)}{D(S)}$

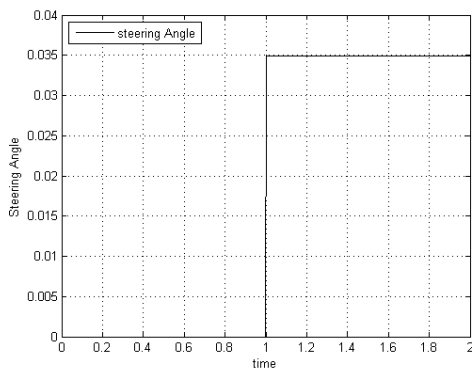
محاسبه شد (معادلات ۳۷-۳۹).

$$\begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = C(IS - A)^{-1} B \quad (\text{رابطه ۳۷})$$

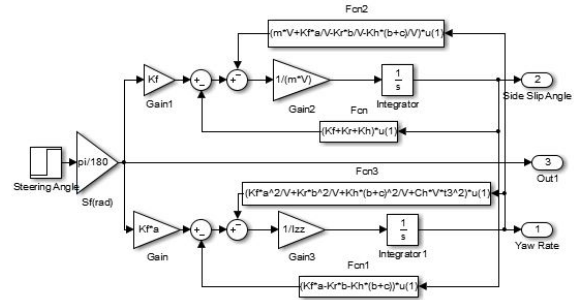
که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{رابطه ۳۸})$$

با جای گذاری معادلات ۳۸ در ۳۷ داریم:

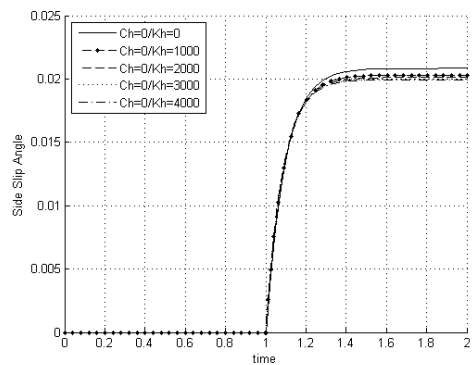


نمودار ۱. ورودی پله واحد (unite Step) برای زاویه فرمان (Steering Angle)

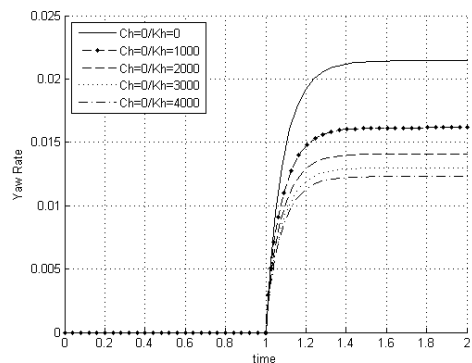


شکل ۶. شبیه‌ساز متلب

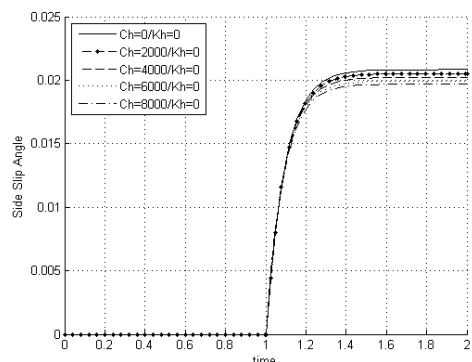
پارامترهای تراکتور استفاده شده برای شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB در جدول ۲ نشان داده شده است (Derrick, 2008).



نمودار ۲. تأثیر نیروی خالص جانبی ادوات بر زاویه لغزش جانبی



نمودار ۳. تأثیر نیروی خالص جانبی ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate)



نمودار ۴. تأثیر نیروی خالص مقاوم کشش ادوات بر زاویه لغزش جانبی

جدول ۲. پارامترهای مدل تراکتور John Deere 8420

پارامتر	مقدار	واحد
a	۱	m
b	۲	m
c	۲/۱۹	m
I_{zz}	۱۸۵۰۰	$kg.m^2$
m	۱۱۳۴۰	kg
K_f	۲۴۰۰	N / deg
K_r	۵۰۰۰	N / deg
K_h	-۴۰۰۰	N / deg
C_h	-۸۰۰۰	NS^2 / m^2
V	۲	m / s

بررسی تأثیر نیروی جانبی و نیروی مقاوم کشش ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی تراکتور به صورت تجربی نشان داده شده است که ضریب فنریت مربوط به ادوات بین ۰ تا ۴۰۰۰ نیوتن بر درجه به ترتیب مربوط به حالت بدون ادوات تا ادوات سنگین متغیر است (Derrick, 2008). همچنین ضریب سختی خاک با توجه به بافت خاک، میزان رطوبت، و دیگر عوامل تأثیرگذار بین ۰ تا ۸۰۰۰ نیوتن بر مجذور سرعت پیشنهاد شده است (Godwin & O'Dogherty, 2007). برای تشریح تأثیر این دامنه تغییرات بر دو متغیر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی از شبیه‌ساز متلب (MATLAB Simulation) استفاده شد، که نتایج آن در نمودارهای ۲-۷ نشان داده شده است. نتایج به دست آمده تحت تأثیر ورودی پله واحد (Unite Step) برای زاویه فرمان (steering Angle) است (نمودار ۱).

با توجه به نتایج به دست آمده هر دو نیروی مقاوم کششی و نیروی جانبی ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی تأثیر گذارند، اگرچه تأثیر نیروی جانبی مشهودتر است، اما چشم پوشی از نیروی مقاوم کششی می تواند تأثیر منفی در کنترل دقیق تراکتور داشته باشد.

بررسی کنترل پذیری مدل استخراج شده با توجه با پارامترهای جدول ۲ و معادلات ۳۶ داریم:

(رابطه ۴۳)

$$C_1 = -\frac{2400+5000+4000}{11340 \times 2} \approx -0.5$$

$$C_2 = -\frac{11340 \times 2 + 2400 \frac{1}{2} - 5000 \frac{2}{2} - 4000 \frac{(4.19)}{2}}{11340 \times 2} \approx 0.5$$

$$C_3 = -\frac{2400 \times 1 - 5000 \times 2 - 4000(4.19)}{18500} \approx -1.3$$

$$C_4 = -\frac{2400 \frac{1^2}{2} + 5000 \frac{2^2}{2} + 4000 \frac{(4.19)^2}{2} + 8000 \times 2 \times 2^2}{18500} \approx 6$$

$$C_5 = \frac{2400}{11340 \times 2} \approx 0.1, C_6 = \frac{2400 \times 1}{18500} \approx 0.13$$

با جای گذاری ثابت های ۴۳ در معادله ۴۲ داریم:

(رابطه ۴۴)

$$\begin{vmatrix} C_5 & C_1 C_5 + C_2 C_6 \\ C_6 & C_3 C_5 + C_4 C_6 \end{vmatrix} = -1.3 \times 1^2 + 6 \times 1 \times 0.13 - (-0.5) \times 0.1 \times 0.13 - 0.5 \times 0.13^2 \neq 0$$

با توجه به نتیجه حاصل شده از معادله ۴۴ می توان نتیجه گرفت که این مدل دینامیکی قادر است حالت های گوناگون را در زمان های متفاوت و محدود بیان کند و کنترل پذیر است.

نتیجه گیری کلی

نتایج به دست آمده از مدل استخراج شده نشان می دهد علاوه بر نیروهای جانبی، نیروهای مقاوم کششی ایجاد شده توسط ادوات نیز می تواند تأثیر قابل توجهی بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate) و زاویه لغزش جانبی تراکتور داشته باشد.

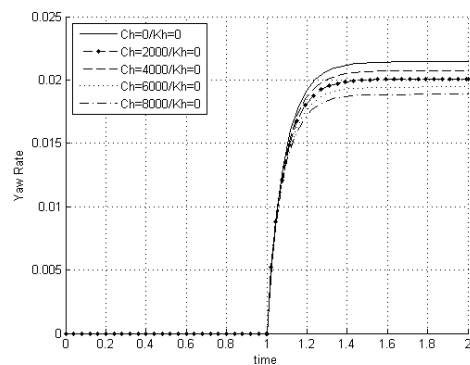
REFERENCES

Derrick, J. B. (2008). Adaptive Control of a Farm Tractor with Varying Yaw Properties Accounting For Actuator Dynamic and Nonlinearities. *MSC dissertation, Auburn University, Alabama.*

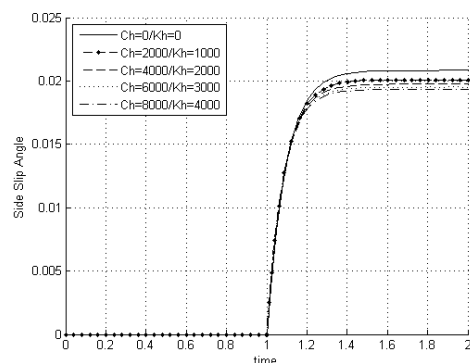
Derrick, J. B., Bevely, D. M., & Rekow, A. K. (2008). Model Reference Adaptive Steering Control of a Farm Tractor With Varying Hitch Forces. *American Control Conference, Seattle, Washington, USA.*

Godwin, R. J., & O'Dogherty, M. J. (2007). Integrated Soil Tillage Force Prediction Models. *Terramechanics, 44*, 3-14.

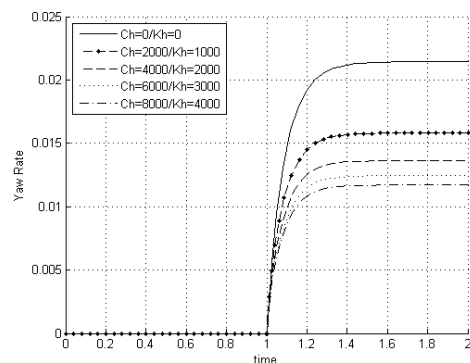
Mousazadeh, H. (2013). A technical review on navigation systems of agricultural autonomous off-road vehicles. *Terramechanics, 50*(3), 211-232.



نمودار ۵. تأثیر نیروی خالص مقاوم کشش ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate)



نمودار ۶. تأثیر ترکیب هر دو نیروی مقاوم کششی و نیروی جانبی ادوات بر زاویه لغزش جانبی



نمودار ۷. تأثیر ترکیب هر دو نیروی مقاوم کششی و نیروی جانبی ادوات بر نرخ زاویه دماغه (Yaw rate)

Noh, K. M., & Ebrach, D. C. (1993). Self Tuning Controller For Farm Tractor Guidance. *American Society of Agricultural Engineers, 36*(6), 1583-1594.

Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering* (Fifth ed.). One Lake Street, Upper Saddle River, New Jersey 07458: Prentice Hall.

Pearson, P., & Bevely, D. M. (2007). Modeling and Validation of Hitch Loading Effect on Tractor Yaw Dynamics. *Terramechanics, 44*, 439-450.

Takai, R., Yang, L., & Noguchi, N. (2014). Development of a crawler-type robot tractor using RTK-GPS and IMU. *Engineering in Agriculture, Environment and Food, 7*(4), 143-147.